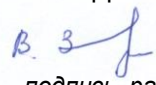


МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО ВГУ)

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
алгебры и математических
методов гидродинамики

 (Звягин В.Г.)
подпись, расшифровка подписи
25.05.2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
ФТД. 04 Дополнительные главы топологии

1. Шифр и наименование направления подготовки:

01.03.01 Математика

2. Профиль подготовки: Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

3. Квалификация выпускника: Бакалавр

4. Форма образования: Очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Кафедра алгебры и математических методов гидродинамики

6. Составители программы: профессор, д.ф.-м.н. Звягин Виктор Григорьевич

7. Рекомендована: НМС математического факультета протокол № 0500-06
от 25.05.2023 г.

8. Учебный год: 2025-2026

Семестр(-ы): 5

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Цели учебной дисциплины: освоение основных понятий и фактов алгебраической геометрии и нелинейного анализа, овладение основными методами решения задач.

Задачи изучения дисциплины ознакомление с современными методами геометрии, их приложениями для разрешимости различных математических задач, задач гидродинамики, выработка навыков и умений по применению полученных знаний при решении задач разных математических дисциплин

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: Факультативы.

Для его успешного освоения необходимы знания и умения, приобретенные в результате обучения по предшествующим дисциплинам: дифференциальная геометрия и топология, математический анализ

Студент должен свободно владеть математическим анализом, элементами дифференциальной геометрии и топологии.

11. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1	Применяет базовые знания, полученные в области математических и(или) естественных наук	Знать: концептуальные основы методов вычисления фундаментальных групп простейших топологических пространств; основные понятия и факты теории компактных пространств Уметь: пользоваться современными методами топологии и геометрии, их приложениями для разрешимости различных математических задач Владеть: теоретическими подходами в теории компактных пространств; навыками работы в информационных современных системах
		ОПК-1.2	Оценивает и формулирует актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики	Знать: зарубежную и отечественную литературу в области теории компактных пространств и теории фундаментальных групп пространств Уметь: грамотно и правильно представлять свои результаты Владеть: источниками информации, навыками работы с литературой, информационными системами
		ОПК-1.3	Анализирует и применяет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Знать: методы решения задач в разных математических дисциплинах Уметь: работать с различными источниками научной информации, грамотно и правильно представлять свои результаты Владеть: Методами самостоятельного обучения новым знаниям и способами их применения в теории компактных пространств, и теории фундаментальных групп пространств

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах в соответствии с учебным планом — 1/36.

Форма промежуточной аттестации: зачёт

13. Виды учебной работы:

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)	
	Всего	По семестрам
		6
Аудиторные занятия	30	30
в том числе: лекции	30	30
практические	-	-
лабораторные	-	-
Самостоятельная работа	6	6
Итого:	36	36

13.1 Содержание разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
1. Лекции		
1	Топология метрических пространств.	Топология метрических пространств.
2	Непрерывные отображения метрических пространств.	Непрерывные отображения метрических пространств.
3	Топология произведения и фактортопология.	Топология произведения и фактортопология.
4	Хаусдорфовы пространства с первой аксиомой счетности.	Хаусдорфовы пространства с первой аксиомой счетности.
5	Теорема Вейерштрасса для компактных топологических пространств.	Теорема Вейерштрасса для компактных топологических пространств.
6	Понятие гомотопии.	Понятие гомотопии.
7	Гладкие отображения многообразий. Регулярные точки.	Гладкие отображения многообразий. Регулярные точки.
8	Топологический индекс по модулю 2.	Топологический индекс по модулю 2.
9	Иммерсии и субмерсии	Иммерсии и субмерсии

13.2 Разделы дисциплины и виды занятий:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекции	Самостоятельная работа	Всего
1	Топология метрических пространств.	3	1	4
2	Непрерывные отображения метрических пространств.	3	1	4
3	Топология произведения и фактортопология.	3		3
4	Хаусдорфовы пространства с первой аксиомой счетности.	4	1	5
5	Теорема Вейерштрасса для компактных топологических пространств.	4	1	5
6	Понятие гомотопии.	3		3
7	Гладкие отображения многообразий. Регулярные точки.	3		3
8	Топологический индекс по модулю 2.	3	1	4
9	Иммерсии и субмерсии	4	1	5
	Итого:	30	6	36

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся, на которую отводится 6 часов. Самостоятельная учебная деятельность студентов по дисциплине «Дополнительные главы топологии» предполагает изучение рекомендуемой преподавателем литературы, самостоятельное освоение понятийного аппарата и

подготовку к текущим аттестациям (контрольной работе заданий). На лекциях рассказывается теоретический материал и решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

При изучении курса «Дополнительные главы топологии» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Вопросы аудиторных занятий обсуждаются на занятиях в виде устного опроса – индивидуального и фронтального. В ходе устного опроса выявляются детали, которые по каким-то причинам оказались недостаточно осмысленными студентами в ходе учебных занятий. Тем самым опрос выполняет важнейшие обучающую, развивающую и корректирующую функции, позволяет студентам учесть недоработки и избежать их при подготовке к зачету.

Все выполняемые студентами самостоятельно задания (выполнение контрольной работы) подлежат последующей проверке преподавателем. Результаты текущих аттестаций учитываются преподавателем при проведении промежуточной аттестации (зачета). Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, рассмотренные на лекции. Перед следующей лекцией обязательно повторить материал предыдущей лекции.

2. Перед выполнением самостоятельной работы обязательно повторить лекционный материал, разобрать примеры, после чего приступить к выполнению заданий. Если возникнут вопросы, обязательно задать на следующем занятии или в присутственный час преподавателю.

3. Кроме обычного курса в системе «Электронный университет», все необходимые для усвоения курса материалы размещены также на сайте факультета https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Мищенко А.С., Фоменко А.Т. Курс дифференциальной геометрии и топологии. / А.С. Мищенко, А.Т. Фоменко А.Т. - М.: Физматлит, 2010.- 512 с. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=617
2	Борисович Ю.Г. Введение в топологию. / Ю.Г. Борисович, Н.М. Близняков, Я.А. Израилевич, Т.Н. Фоменко.- М.: URSS, 2015.- 415 с.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
3	Стинрод Н. Первые понятия топологии: Геометрия отображений отрезков, кривых, окружностей и кругов / Н. Стинрод, У. Чинн; Пер. с англ. И. А. Вайнштейна.—Новокузнецк: Новокузнец. физ.-мат. ин-т, 2000.—223 с.
4	Новиков С. П. Топология / С.П. Новиков.—2-е изд., испр. и доп.—М.;Ижевск: Ин-т компьютер. исслед., 2002.—335 с.
5	Гликлик Ю.Е. Что такое гладкое многообразие? /Ю.Е. Гликлик // Соросовский образовательный журнал.- 1998.- № 11.- С. 155-159
6	Гликлик Ю.Е. О понятиях топологического пространства и непрерывного отображения. /Ю.Е. Гликлик // Соросовский образовательный журнал.- 2000.- Т. 6.- № 11.- С. 116-121.
7	Погорелов А. В.. Дифференциальная геометрия: Учеб. для студ. мат. спец. ун-тов и пед. ин-тов./ А.В. Погорелов.—6-е изд., стер.—М.: Наука, 1974.—176 с.
8	Гликлик Ю.Е. Топология и дифференциальная геометрия (Пятое издание) / Ю.Е. Гликлик.- Воронеж: ВГУ, 2010.- 100 с.
9	Гликлик Ю.Е. Топология и дифференциальная геометрия (Четвертое издание) / Ю.Е. Гликлик.-

	Воронеж: ВГУ, 2007.- 76 с. / http://www.math.vsu.ru/chair/alg/jul07001.pdf
10	Гликлих Ю.Е. Геометрия многообразий, мотивированная математической физикой. Издание второе, переработанное / Ю.Е. Гликлих.- Воронеж: ВГУ, 2009.- 132 с.
11	Виро О.Я. Задачи по топологии / О.Я. Виро, О.А. Иванов, Н.Ю. Нецветаев, В.М. Харламов.- СПб: Издательство СПбГУ, 2000.- 208 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы

№ п/п	Источник
12	http://www.lib.vsu.ru/?p=4 - Электронный каталог ЗНБ ВГУ
13	https://lanbook.lib.vsu.ru/ - Электронно-библиотечная система издательства «Лань»
14	https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937 – Сайт факультета

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Стинрод Н. Первые понятия топологии: Геометрия отображений отрезков, кривых, окружностей и кругов / Н. Стинрод, У. Чинн; Пер. с англ. И. А. Вайнштейна.—Новокузнецк: Новокузнецк. физ.-мат. ин-т, 2000.—223 с.
2	Новиков С. П. Топология / С.П. Новиков.—2-е изд., испр. и доп.—М.;Ижевск: Ин-т компьютер. исслед., 2002.—335 с.
3	Гликлих Ю.Е. Что такое гладкое многообразие? /Ю.Е. Гликлих // Соросовский образовательный журнал.- 1998.- № 11.- С. 155-159
4	Гликлих Ю.Е. О понятиях топологического пространства и непрерывного отображения. /Ю.Е. Гликлих // Соросовский образовательный журнал.- 2000.- Т. 6.- № 11.- С. 116-121.
5	Погорелов А. В.. Дифференциальная геометрия: Учеб. для студ. мат. спец. ун-тов и пед. ин-тов./ А.В. Погорелов.—6-е изд., стер.—М.: Наука, 1974.—176 с.
6	Гликлих Ю.Е. Топология и дифференциальная геометрия (Пятое издание) / Ю.Е. Гликлих.- Воронеж: ВГУ, 2010.- 100 с.
7	Гликлих Ю.Е. Топология и дифференциальная геометрия (Четвертое издание) / Ю.Е. Гликлих.- Воронеж: ВГУ, 2007.- 76 с. / http://www.math.vsu.ru/chair/alg/jul07001.pdf
8	Гликлих Ю.Е. Геометрия многообразий, мотивированная математической физикой. Издание второе, переработанное / Ю.Е. Гликлих.- Воронеж: ВГУ, 2009.- 132 с.
9	Положение об организации самостоятельной работы обучающихся в Воронежском государственном университете

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий.

Перечень необходимого программного обеспечения: операционная система Windows или Linux, Microsoft, Windows Office, LibreOffice 5, Calc, Math, браузер Mozilla Firefox, Opera или Internet.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Специализированная мебель.

Для самостоятельной работы используется класс с компьютерной техникой, оснащенный необходимым программным обеспечением, электронными учебными пособиями и законодательно - правовой и нормативной поисковой системой, имеющий выход в глобальную сеть.

При реализации дисциплины с использованием дистанционного образования возможны дополнения материально-технического обеспечения дисциплины

19. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
-------	--	----------------	-------------------------------------	--------------------

1	Топология метрических пространств.	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Контрольная работа
2	Непрерывные отображения метрических пространств.	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Контрольная работа
3	Топология произведения и фактортопология.	ОПК-1	ОПК-1.2, ОПК-1.3	Контрольная работа
4	Хаусдорфовы пространства с первой аксиомой счетности.	ОПК-1	ОПК-1.2	Контрольная работа
5	Теорема Вейерштрасса для компактных топологических пространств.	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Контрольная работа
6	Понятие гомотопии.	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Контрольная работа
7	Гладкие отображения многообразий. Регулярные точки.	ОПК-1	ОПК-1.2, ОПК-1.3	Контрольная работа
8	Топологический индекс по модулю 2.	ОПК-1	ОПК-1.2	Контрольная работа
9	Иммерсии и субмерсии	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Контрольная работа
Промежуточная аттестация Форма контроля - Зачет		Зачет выставляется при успешной сдаче контрольной работы		

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Примерный перечень задач для контрольной работы:

Контрольно-измерительный материал:

1. Топология произведения и фактортопология

Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического характера, регулярно осуществляемую на занятиях.

Цель текущего контроля:

Определение уровня сформированности профессиональных компетенций, знаний и навыков деятельности в области знаний, излагаемых в курсе.

Задачи текущего контроля: провести оценивание

1. уровня освоения теоретических и практических понятий, научных основ профессиональной деятельности;
2. степени готовности обучающегося применять теоретические и практические знания и профессионально значимую информацию, сформированности когнитивных умений.
3. приобретенных умений, профессионально значимых для профессиональной деятельности.

Текущий контроль предназначен для проверки хода и качества формирования компетенций, стимулирования учебной работы обучаемых и совершенствования методики освоения новых знаний. Он обеспечивается проведением контрольной работы. В ходе контрольной работы обучающемуся выдается КИМ с заданиями и предлагается дать ответы на них. Ограничение по времени 90 минут.

Если текущая аттестация проводится в дистанционном формате, то обучающийся должен иметь компьютер и доступ в систему «Электронный университет». Если у обучающегося отсутствует необходимое оборудование или доступ в систему, то он обязан сообщить преподавателю об этом за 2 рабочих дня. На контрольную работу в дистанционном режиме отводится ограничение по времени 100 минут.

20.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Промежуточная аттестация по дисциплине «Дополнительные главы топологии» проводится в форме зачета.

При промежуточной аттестации уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками **«зачтено»** и **«незачтено»**, которые формируются следующим образом:

Контрольная работа – по степени правильности ответа на задания контрольной работы.

Примерный перечень вопросов:

1	Топология метрических пространств.
2	Непрерывные отображения метрических пространств.
3	Топология произведения и фактортопология.
4	Хаусдорфовы пространства с первой аксиомой счетности.
5	Теорема Вейерштрасса для компактных топологических пространств.
6	Понятие гомотопии.
7	Гладкие отображения многообразий. Регулярные точки.
8	Топологический индекс по модулю 2.
9	Иммерсии и субмерсии

Шкала оценок	Критерии оценок
Зачтено	Студент показывает хорошие знания изученного учебного материала; самостоятельно, логично и последовательно излагает и интерпретирует материалы учебного курса; полностью раскрывает смысл предлагаемого вопроса; владеет основными терминами и понятиями изученного курса; показывает умение переложить теоретические знания на предполагаемый практический опыт.
Не зачтено	Наличие серьезных упущений в процессе изложения учебного материала; в случае отсутствия знаний основных понятий и определений курса или присутствии большого количества ошибок при интерпретации основных определений; если студент показывает значительные затруднения при ответе на предложенные основные и дополнительные вопросы; при условии отсутствия ответа на основной и дополнительный вопросы

20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

№1. Набор τ подмножеств множества X называется топологией, если он обладает следующими свойствами: (i) X и пустое множество входят в τ ;

(ii) объединение любого числа множеств из τ принадлежит τ ;

(iii) пересечение конечного числа множеств из τ принадлежит τ .

Если набор τ задан, (X, τ) называется

а) топологическим пространством;

б) линейным пространством;

в) метрическим пространством.

№2 Точка x_0 топологического пространства (X, τ) называется предельной точкой множества $A \subset X$, если в любой ее окрестности содержится точка из A ...

а) не равная x_0 ;

б) равная x_0 .

№3 Отображение F называется ... в точке $x \in X$, если для любой окрестности $U \in \sigma$ точки $f(x)$ в Y существует окрестность $V \in \tau$ точки x в X такая, что из того, что точка x' принадлежит V следует, что $f(x')$ принадлежит U .

а) непрерывным;

б) дифференцируемым.

№4 Топологическое пространство (X, τ) называется линейно связным, если любые его две точки можно соединить ... путем.

а) непрерывным;

б) прерывистым.

№5 Топологическое пространство называется компактным, если из любого его открытого покрытия можно выделить ... подпокрытие.

а) конечное;

б) счётное.

№6 Является ли данное множество топологическим пространством: X — произвольное множество, τ содержит все подмножества множества X ?

да.

№7 Пусть $A = [0, 1]$ — отрезок вещественной прямой \mathbb{R}^1 с обычной топологией, тогда множество внутренних точек $[0, 1]$ равно?

(0,1)

№8 Пусть $X = \mathbb{R}^1$ с обычной топологией и $A = (0, 1]$, $A \subset X$. Тогда граница A состоит из точек?

0, 1

№9 Пусть $X = \mathbb{R}^1$ с обычной топологией и $A = (8, 11]$, $A \subset X$. Тогда граница A состоит из точек?

8, 11

№10 Является ли данное множество топологическим пространством: X — произвольное множество, τ состоит из двух множеств X и \emptyset ?

да

Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:

1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

2) Задания открытого типа (короткий текст):

- 2 балла – указан верный ответ;

- 0 баллов – указан неверный ответ.

3) Задания открытого типа (число):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).